



研究与开发

基于极化的缩短 Polar 码删余图样选择

刘顺兰, 胡爱明, 包建荣

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对 Polar 码码长不灵活的问题, 提出一种新的反馈代价删余的删余图样选择方案, 用来生成缩短 Polar 码。该方案以极化效果保留为目的, 选择次优子信道作为代价位, 并以此代价位对应的输出位作为删余图样, 再通过反馈调整代价位的值来获得缩短 Polar 码。仿真结果表明, 在不同信道、不同码率条件下, 由本文方法生成的缩短 Polar 码性能均优于位反转置换算法生成的缩短 Polar 码和末尾直接删余生成的缩短 Polar 码, 稍弱于由 Wang R 和 Liu R 等人提出的缩短 Polar 码。在 AGWN 信道下, 当误块率为 10^{-3} 时, 由本文方法生成码率为 0.5 的缩短 Polar 码相比于位反转置换算法可获得 0.5 dB 的增益, 编码性能有较大提升。

关键词: 缩短 Polar 码; 极化码; 删余图样; 反馈代价删余

中图分类号: TN911

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2019006

Polarization-based puncturing pattern selection of shortened Polar code

LIU Shunlan, HU Aiming, BAO Jianrong

School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In order to solve the problem of inflexible Polar code length, a new puncturing pattern selection scheme based on feedback cost puncturing was proposed to generate shortened Polar codes. In this scheme, the Polarization effect was reserved, the sub-optimal subchannel was selected as the cost bit, the output bit corresponding to the cost bit was used as the puncturing pattern, and then the value of the cost bit is adjusted by feedback to obtain the shortened Polar code. Simulation results show that the performance of the proposed shortened Polar code is better than that of the shortened Polar code generated by bit-reversal permutation method, and the shortened Polar codes generated by direct puncturing method at the end under different channel and code rate conditions, and slightly weaker than that of the shortened Polar code proposed by Wang R and Liu R et al. In the AGWN channel, when the block error rate is 10^{-3} , the proposed shortened Polar code with a code rate of 0.5 can obtain a gain of 0.5 dB compared with the shortened Polar code generated by bit-reversal permutation method, and the coding performance is greatly improved.

Key words: shortened Polar code, Polarization code, puncturing pattern, feedback cost puncturing

收稿日期: 2018-05-17; 修回日期: 2018-09-05

通信作者: 刘顺兰, liushunlan@hdu.edu.cn.

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY18F010013, No.LY17F010019); 国家自然科学基金资助项目 (No.61471152)

Foundation Items: The Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (No.LY18F010013, No.LY17F010019), The National Natural Science Foundation of China (No.61471152)



1 引言

Polar 码是一种在 LTE、5G 等通信产业中被广泛应用的编码技术^[1-2]，它最早于 2009 年由 Arikan 提出^[3]，被证明是理论上可达到信道容量限制的编码技术，且具有明确的构造方法和低复杂度编码与译码性能。但其码长被限定为 2 的整数次幂，这无疑是码字的一大缺陷，要使 Polar 码码长任意，一般来说，码字生成方案可分为 3 类：第一类是构造级联码^[4-7]，即 Polar 码以内码或外码的形式存在于整个编码过程中，最终得到的码字码长任意，级联构造更容易控制码距，能得到最小码距较大的码字，所以性能相对较好，但代价是丧失低复杂度编译码结构；第二类是改变码字构造的 2×2 核心矩阵为 $l \times l$ ， l 为任意整数^[8-9]，即通过调整 l 值得到不同的码长，但码长受限定的本质并未改变，只是将限定改为 l 的幂次，而当码字构造的核心矩阵不同时，编译码的方式也必须做相应的调整；第三类是在 Arikan 码的基础上进行删余^[10-13]，相较于前两类，它保留了 Polar 码的低复杂度编码和译码结构，是一种简单实用的方案，简称 Polar 码的删余。

Polar 码的删余要点在于选择删余图样，使其对 Polar 码的性能损耗尽可能地小。最简单的选择方式为随机删余，即得到码字后，直接随机删除一些比特，但随机性策略并不可靠。一种较为可靠的方法是通过重建生成矩阵来构建删余 Polar 码^[10]。重建生成矩阵是在原 Polar 码生成矩阵的基础上，通过逐次删减矩阵中 1 最少的行和此行中 1 对应的列来缩减矩阵，它的删余图样就是对应 1 较少的行组成的序列。删余 Polar 码删余图样在译码端无接收值，要填补其对数似然比 (LLR) 为 0，这会使得删余图样对应的编码输入位不能正确译码，因而，参考文献[10]设定删余图样对应输入位为冻结位，由此得到删余图样与冻结位相对应原则。参考文献[11]提出了一种更优的缩短 Polar 码

方法，它将删余图样值都编码为 0 或 1，在译码端则对应设定 LLR 为正无穷或负无穷，克服了删余 Polar 码的 LLR 填补为 0 带来的译码缺陷，所以缩短 Polar 码性能优于删余 Polar 码。但参考文献[11]删余图样选取方式仍然遵从了删余图样与冻结位相对应原则，且选取方式是静态固定的，不能自适应选择子信道。参考文献[12]则提出了遵从删余图样与冻结位相对应原则，且通过动态比较由联合概率计算出来的极化子信道误码率来选取删余图样的方式，其缺点是复杂度相对较高。参考文献[13]提出了通用的删余 Polar 码删余图样选择方法，不论是删余 Polar 码还是缩短 Polar 码都能应用的位反转置换^[13](bit-reversal permutation)算法，得到一致通用的简单实用型删余 Polar 码。参考文献[10-13]构造删余 Polar 码都遵从了删余图样和冻结位相对应原则，这种原则对于删余 Polar 码来说，在一定程度上弥补了 Polar 译码的不足，但对于缩短 Polar 码来说，这种对应原则会迫使一部分极化后的“好信道”被固定成冻结位，所以，实际上限制了缩短 Polar 码对信道极化效果的利用。

本文提出一种新的反馈代价删余的删余图样选择方法，它不遵从删余图样和冻结位相对应原则，但可解决对应原则所造成的极化效果利用率低的问题。反馈代价删余是缩短 Polar 码的改进，与其他的删余 Polar 码一样，仍适用于 Polar 码的各种译码方法^[14-17]。

2 Polar 码及其删余

2.1 Polar 码

Arikan 提出的 Polar 码是陪集码的特例，其码长严格控制为 $N=2^n$ ，其中 n 为不小于 0 的整数。这类码对于长度为 N 的输入序列进行编码有：

$$\mathbf{x}_i^N = \mathbf{u}_i^N \mathbf{G}_N \quad (1)$$

其中， $\mathbf{x}_i^N = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 表示编码输出序列，

$u_1^N = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 表示编码输入序列, G_N 为 N 维生成矩阵, Arikan 给定 Polar 码的生成矩阵 $G_N = B_N F^{\otimes n}$, B_N 是一个位反转置换矩阵, $F^{\otimes n}$ 为 F 的 Kronecker 积, $F^{\otimes n} = F \otimes F^{\otimes n-1}$, $F \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。

对于集合 $\{1, 2, \dots, N\}$ 的任意子集 A , 式 (1) 可写为:

$$x_1^N = u_A G_N(A) \oplus u_{A^c} G_N(A^c) \quad (2)$$

其中, u_A 是 u_1^N 的子集, A^c 是 A 在集合 $\{1, 2, \dots, N\}$ 中的补集, $G_N(A)$ 是 G_N 的子矩阵, 由集合 A 指向的对应矩阵行构成, $G_N(A^c)$ 是 G_N 去除 $G_N(A)$ 的残留部分。若给定 A 和 u_{A^c} , 只留 u_A 作为自由变量, 则可得从信息块 u_A 到码字 x_1^N 的映射。因此, Polar 码可以由 4 个参数 (N, K, A, u_{A^c}) 共同决定, 其中, N 表示码字的长度, K 表示信息位的长度, A 对应着生成矩阵 G_N 中用来传输有用信息的行, 即 $G_N(A)$ 中的行, 并且 A 中元素个数等于 K , u_{A^c} 为传递固定值的冻结位, 即对应着性能较差的比特信道。码率 $R=K/N$ 。

Polar 码编码问题可转化成集合 A 的选择问题。集合 A 的选取称为构造, 它利用极化信道容量趋于 0 或 1 的性能, 选出容量趋于 1 的“好信道”作为集合 A , 构造的方法有蒙特卡罗法^[3] (Monte-Carlo)、密度演进法^[18] (density evolution, DE) 和高斯近似法^[19] 等。这些构造方法都通过迭代计算的方式得到参数, 即信道容量 $I(W_N^{(i)})$ 和巴氏 (Bhattacharyya) 参数 $Z(W_N^{(i)})$ 的值, 然后将所

得参数进行大小排序, 选出信道容量 $I(W_N^{(i)})$ 大的或巴氏参数 $Z(W_N^{(i)})$ 小的作为集合 A 。其中 $W_N^{(i)}$ 为组合信道 W_N 分裂后的第 i 个子信道, $1 \leq i \leq N$ 。

2.2 Polar 码的删余

Polar 码删余后得到的码被称为删余 Polar 码或缩短 Polar 码。其区别在于删余图样值是否为固定值, 如果是则称为缩短 Polar 码, 否则称为删余 Polar 码。无论是缩短 Polar 码还是删余 Polar 码, 码字构造的问题在原来选择集合 A 的问题上又增加了删余图样 P 的选择。下面以位反转置换算法举例简要说明删余 Polar 码和缩短 Polar 码。

位反转置换算法是一种固定选取 P 的方式, 例如, 要从 Polar 码 $(N, K) = (8, 4)$ 中得到 $(N', K) = (6, 4)$ 码, 删余图样长度为 $N-N'=2$ 。8 位的编码序列从上到下记作: $RN = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$; 位反转置换后得到: $BN = (1, 5, 3, 7, 2, 6, 4, 8)$ 。它规定删余 Polar 码时得到的 $P=BN(1:N-N') = \{1, 5\}$; 缩短 Polar 码时得到的 $P=BN(8-(N-N')+1:8) = \{4, 8\}$ 。

图 1 是基于位反转置换算法的删余 Polar 码和缩短 Polar 码的编码方法示意图, 它获得 Polar 码 $(6, 4)$ 步骤如下: 首先, 确定删余图样 $\{1, 5\}$ (图 1 (a)) 或 $\{4, 8\}$ (图 1 (b)) 并将其对应的输入位选定成冻结位; 其次, 通过构造算法 (如蒙特卡罗算法) 得到信道参数 $I(W_N^{(i)})$ 或 $Z(W_N^{(i)})$;

然后, 根据参数在剩余的输入位中选出集合 A , 如按 $Z(W_N^{(i)})$ 从大到小排序得到序列 $\{1, 5, 3, 2, 7, 6, 4, 8\}$,

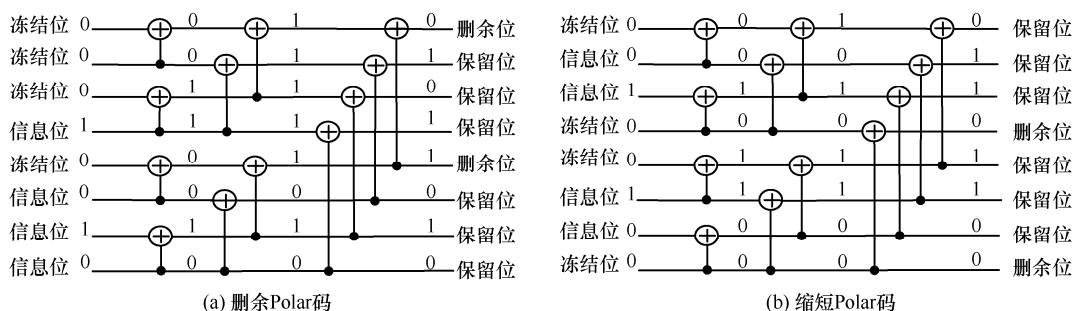


图 1 基于位反转置换算法的删余 Polar 码和缩短 Polar 码编码方法示意图



当删余时, 剩余位次还有{3 2 7 6 4 8}, 余下的两位冻结位选择前两位, 后 4 位为信息位, 最终冻结位为{1 2 3 5}, 信息位为{4 6 7 8}; 缩短时, 在剩余的序列{1 5 3 2 7 6}中选前两位作为余下的冻结位, 后 4 位为信息位, 最终冻结位为{1 4 5 8}, 信息位为{2 3 6 7}; 最后, 进行 8 位编码得到 Polar 码 (8,4), 根据删余图样得到 Polar 码 (6,4)。

3 基于极化的反馈代价删余

Polar 码构造的本质是利用信道极化后的“好信道”, 这是选择集合 A 的依据。Polar 码删余后, 引入了删余图样 P , 影响了其原有的极化效果。若删余后仍能最大程度地保留极化效果, 将会提高 Polar 码的性能。本文第 3.1 节建议的方法是基于极化选取删余图样, 它能最大程度地保留极化效果。

3.1 反馈代价删余生成缩短 Polar 码

提出一种基于极化的反馈代价删余方法, 该方法不再遵从删余图样和冻结位相对应原则, 而是以极化效果保留为目的, 选择次优子信道作为代价位, 并以此代价位对应的输出位作为删余图样。然后通过反馈调整代价位的值获得删余图样值已知的缩短 Polar 码。反馈代价删余方法的具体步骤如下。

(1) 根据给定参数 Polar 码 (N', K) , 确定出集合 A 的大小为 K , 删余 P 的大小为 $N-N'$, $N=2^n$, n 是使 N 大于 N' 的最小正整数。

(2) 以构造方法获得参数。先按式 (3)、式 (4) 迭代计算出信道 $W_N^{(i)}$ 的似然比 $L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1})$, 由式 (5)、式 (6) 判定得到 $Z(W_N^{(i)})$ 的值, 重复多次, 得到最终的平均巴氏参数 $Z(W_N^{(i)})$ 。

$$L_N^{(2i-1)}(y_1^N, \hat{u}_1^{2i-2}) \triangleq \frac{L_{N/2}^{(i)}(y_1^{N/2}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2}) L_{N/2}^{(i)}(y_{N/2+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2}) + 1}{L_{N/2}^{(i)}(y_1^{N/2}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2}) + L_{N/2}^{(i)}(y_{N/2+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2})} \quad (3)$$

$$L_N^{(2i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{2i-1}) \triangleq \left[L_{N/2}^{(i)}(y_1^{N/2}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2}) \right]^{1-2\hat{u}_{2i-1}} \cdot L_{N/2}^{(i)}(y_{N/2+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2}) \quad (4)$$

其中, 似然比定义为 $L_1^{(i)}(y_i) = \frac{W(y_i|0)}{W(y_i|1)}$, $\hat{u}_{1,e}^i$ 、 $\hat{u}_{1,o}^i$ 分别表示 $\hat{u}_1^i$ 的偶、奇子序列, $\oplus$ 表示模 2 加, y_1^N 为 x_1^N 经过组合信道 W_N 后接收端的输出序列。

若 $L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1}) \geq 1$, 则 u_i 的估计值为 0:

$$Z(W_N^{(i)}) = \sqrt{1/L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1})} \quad (5)$$

若 $L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1}) < 1$, 则 u_i 的估计值为 1:

$$Z(W_N^{(i)}) = \sqrt{L_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1})} \quad (6)$$

(3) 通过上面的计算得到了信道极化参数 $Z(W_N^{(i)})$, 并选出 K 个较小的 $Z(W_N^{(i)})$ 对应的信道组成集合 A 。在剩余的信道集合 A^C 中选出参数 $Z(W_N^{(i)})$ 最小的 $N-N'$ 位作为代价位。代价位对应的输出位即删余图样 P 。

(4) 将代价位补 0, 冻结位固定为 0, 信息位载入信息值进行首次编码, 得到码字后从下到上逐位校验删余图样 P 值是否为 0, 若为 0, 校验下一位; 若不为 0, 则停止校验并反馈给输入; 将不为 0 的删余图样位对应的输入进行比特翻转 (0 变 1, 1 变 0) 进行再次编码。如此反馈循环, 直到删余图样值全为 0。最多反馈 $N-N'$ 次。

(5) 当删余图样全为 0 后, 删去删余图样完成编码, 得到缩短 Polar 码 (N', K) 。

图 2 以码长 $N=8$ 的 Polar 码为例, 通过反馈代价删余方式来构造变长极化码。

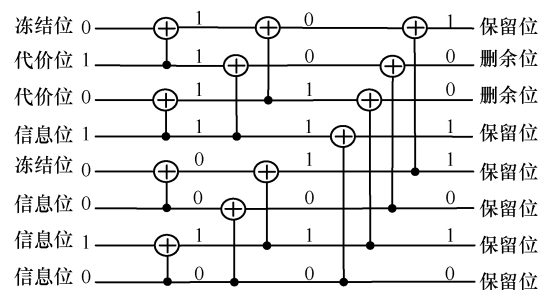


图 2 基于极化的反馈代价删余的缩短 Polar 码

图2要通过反馈代价删余方式得到 Polar 码 (6,4)。首先,通过信道极化算出 8 位信道索引,并按 $Z(W_N^{(i)})$ 从大到小排序得到序列 {1 5 3 2 7 6 4 8}。然后,选择参数值最小的后 4 位 {7 6 4 8} 作为信息位,其余剩余较小的 {3 2} 作为代价位,代价位所对应的编码输出位则是删余图样 $P=\{3\ 2\}$,编码时为确保删余图样值为 0,要反馈调整代价位的值,最终为 {1,0}。最后,得到缩短 Polar 码 (6,4)。反馈代价删余方式的信息位都对应于好信道,也即,好信道都用于信息位的传递,没有被固定为冻结位,保留了极化效果。

基于极化的反馈代价删余,将删余图样 P 、集合 A 的选择整合到了一起,既能在不增加复杂度的情况下得到 P ,又能使 P 动态地对应于不同子信道,并保留缩短 Polar 码的极化效果,使其能够最大程度地利用信道。所以,相对于位反转置换算法的固定删余图样选择方式,基于极化的反馈代价删余更能自适应地选择并利用好的子信道。

3.2 信道极化效果及误块率上限分析

本节对本文建议的方法生成的缩短 Polar 码、删余 Polar 码^[10]、缩短 Polar 码^[13]及 Polar 码^[3](未删余)进行信道极化效果及误码率上限的分析。

采用蒙特卡罗方法仿真,仿真参数为码长 $N=256$,删余图样删余长度 $N-N'=56$,AGWN 信噪比为 3 dB。本文建议的缩短 Polar 码、删余 Polar 码^[10]、缩短 Polar 码^[13]和 Polar 码^[3]的信道极化参数的极化效果如图 3 所示。为了便于直观比较,对信道极化的仿真结果进行了升序排列。

图 3 是极化效果巴氏参数 $Z(W_N^{(i)})$ 的比较图, $Z(W_N^{(i)})$ 趋近 0 的个数越多,极化效果越好。由图 3 可知,本文建议的 Polar 码与缩短 Polar 码极化效果相近,均优于 Polar 码,而删余 Polar 码极化效果最差。

Polar 码的误块率上限定义如下^[3]:

$$P_{\text{upper}} = \sum_{i \in A} \{1 - I(W_N^{(i)})\} \quad (7)$$

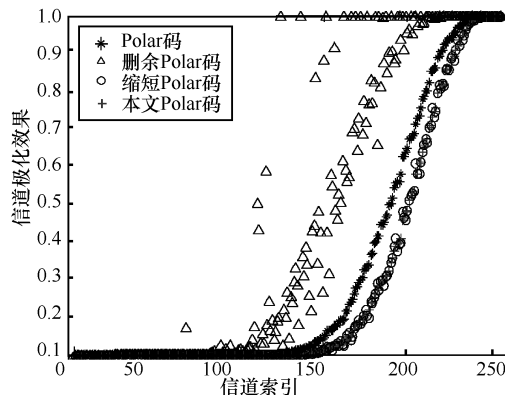


图3 信道极化效果

以 $Z(W_N^{(i)})$ 表示式 (7) 等价的近似上限为:

$$P_{\text{upper}} = \sum_{i \in A} \{Z(W_N^{(i)})\} \quad (8)$$

式 (8) 说明误块率上限是集合 A 对应的极化效果参数 $Z(W_N^{(i)})$ 的和,它反映了 Polar 码对“好信道”的利用情况,误块率上限越高,使用“好信道”的比率越低。

利用图 3 的结果,再根据各方法编码时选择的集合 A ,可以由式 (8) 得到 Polar 码的误块率上限,图 4 是 4 种不同方法的误块率上限比较。由图 4 可知,在相同码率情况下,本文建议的方法误块率上限最低,其次为 Polar 码、删余 Polar 码,缩短 Polar 码误块率上限最高。删余 Polar 码和缩短 Polar 码的删余图样 $P \subset A^c$ 的选择,限制了它们对极化效果的利用,本文基于极化的删余可以最大程度地保留极化效果,能更充分利用信道,因此,更能自适应选择好的子信道。

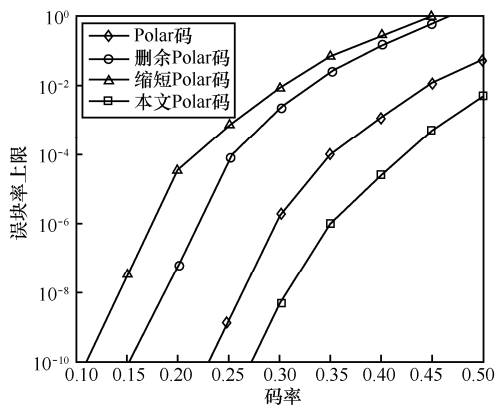


图4 误块率上限比较



4 仿真与结果分析

在不同的信道下,针对不同信噪比、不同差错概率分析了不同方法生成的缩短 Polar 码的误块率和误码率情况。

仿真参数: Polar 码原码长 $N=256$, 删余位长度 $N-N'=56$, 码字块数为 10 000, 译码方式为并行译码^[16]。以下通过仿真验证反馈代价删余方法的误块率性能。

本文建议的反馈代价删余方法得到的缩短 Polar 码、位反转置换算法得到的缩短 Polar 码^[13]、参考文献[11]的缩短 Polar 及直接以码字末尾作为删余位的缩短 Polar 码,在加高斯白噪声信道下的误块率性能比较如图 5 所示。

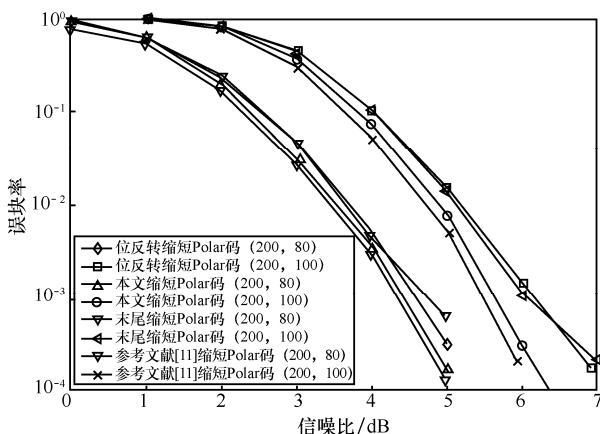


图 5 4 种缩短 Polar 码在加高斯白噪声信道下的误块率性能比较

由图 5 可知,在相同信噪比和相同码率情况下,反馈代价删余方式所构造的缩短 Polar 码的误块率性能均优于位反转置换算法和末尾缩短 Polar 码,稍弱于参考文献[11]的缩短 Polar 码。在相同信噪比情况下,码率为 0.4 时缩短 Polar 码性能优于码率为 0.5 时。当码率 R 为 0.5、误块率为 10^{-3} 时,本文反馈代价删余方法生成的缩短 Polar 码相比位反转置换算法^[13]能获得 0.5 dB 的增益。

二元删除信道 BEC 下 4 种缩短 Polar 码的误块率比较如图 6 所示。其他仿真条件与图 5 一致,由图 6 可知,在相同码率情况下,反馈代价删余

方法所生成的缩短 Polar 码的误块率性能均优于位反转置换算法^[13]和末尾缩短 Polar 码,稍弱于参考文献[11]的缩短 Polar 码。BEC 信道下仿真结论与加高斯白噪声信道下仿真结果一致。

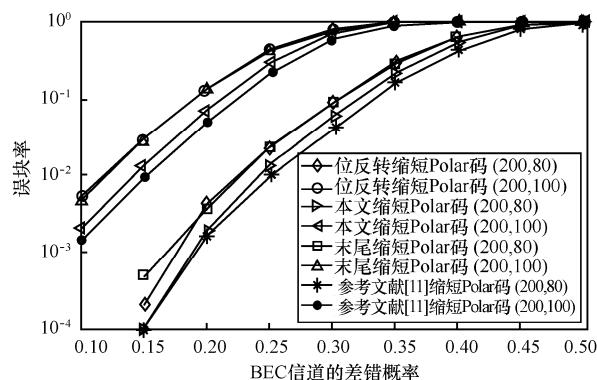


图 6 4 种缩短 Polar 码在二元删除信道下的误块率性能比较

二元删除信道下不同码长两种缩短 Polar 码的误块率比较如图 7 所示。除码长变化以外,其他仿真条件与图 6 一致。3 种码长、2 种算法条件下的缩短 Polar 码,其码率均为 0.5,删余图样长度均占未删余 Polar 码长度的 0.218 8 倍。由图 7 可知,在相同码率情况下,反馈代价删余方式所构造的缩短 Polar 码不管在哪种码长条件下,其误块率性能均优于位反转置换算法。

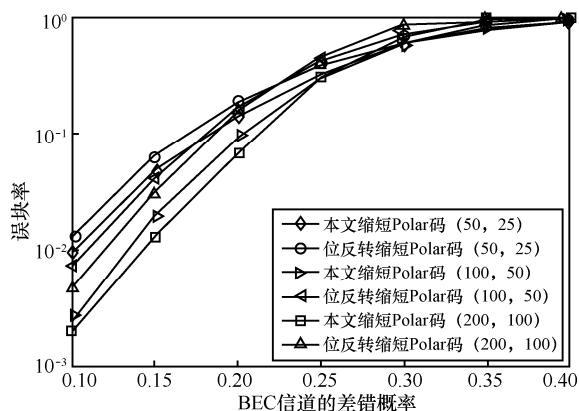


图 7 不同码长的两种缩短 Polar 码在二元删除信道下的误块率性能比较

从图 5~图 7 所示仿真结果及其分析可知,缩短 Polar 码码长越长,误块率越低,获得的编码增益越高。这说明缩短 Polar 码与 Polar 码一样,都

遵循了“码长越长,极化效果越明显,码字编码增益越大”的规律。缩短 Polar 码本质也是利用极化后的“好信道”,因此从保留极化效果角度出发,本文建议的反馈代价删余是可行性方法。反馈代价删余保留了极化效果,与位反转置换算法相比,不论是在不同信道,或是不同码率,还是不同码长条件下,误块率性能均有所提升。这验证了,反馈代价删余的删余图样选择方法,不遵从删余图样和冻结位相对应原则,同样可以解决对应原则所造成的极化效果利用率低的问题。但是由于本文建议的反馈代价删余引入了代价位,在译码时造成了一定的性能损失,而参考文献[11]中删余图样的选取使得极化效果损失较小,且不损失译码性能,所以其性能稍优于本文方法,但本文方法简化了删余图样 P 的选取过程,且能更好地自适应选取好的子信道。

5 结束语

本文提出针对缩短 Polar 码的删余图样选择方案:反馈代价删余。该方案不再遵从删余图样和冻结位相对应原则,而是以极化效果保留为目的,选择次优子信道作为代价位,并以此代价位对应的输出位来作为删余图样。然后通过反馈调整代价位的值获得删余图样值已知的缩短 Polar 码。该方案解除了缩短 Polar 码的信道极化效果利用限制,提高了编码性能,仿真实验误块率降低的结果也证明了在以简单方式选取删余图样生成缩短 Polar 码的方法中,反馈代价删余可提高缩短 Polar 码对极化效果的利用率。

参考文献:

- [1] 倪善金, 赵军辉. 5G 无线通信网络物理层关键技术[J]. 电信科学, 2015, 31(12): 48-53.
- [2] NI J S, ZHAO J H. Key technology in physical layer of 5G wireless communications network[J]. Telecommunications Science, 2015, 31(12): 48-53.
- [3] 许进, 陈梦竹, 朴瑛楠. 极化码在 LTE 系统中的应用[J]. 电信科学, 2017, 33(3): 22-28.
- [4] XU J, CHEN M Z, PIAO J N. Application of Polar code in LTE system[J]. Telecommunications Science, 2017, 33(3): 22-28.
- [5] AIKAN E. Channel polarization: a method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [6] WANG T, QU D, JIANG T. Parity-check-concatenated polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(12): 2342-2345.
- [7] ZHANG Y, LIU A, GONG C, et al. Polar-LDPC concatenated coding for the AWGN wiretap channel[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(10): 1683-1686.
- [8] WANG Y, ZHANG W, LIU Y, et al. An Improved concatenation scheme of Polar codes with Reed-Solomon codes[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(3): 468-471.
- [9] ESLAMI A, PISHRO-NIK H. On finite-length performance of Polar codes: stopping sets, error floor, and concatenated design[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(3): 919-929.
- [10] LIN H P, LIN S, ABDEL-GHAFFAR K. Binary nonlinear kernels of maximum exponents of Polar codes of dimensions up to sixteen[Z]. 2015.
- [11] KORADA S B, SASSOGLU E, URBANKE R. Polar Codes: characterization of exponent, bounds and constructions[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(12): 6253-6264.
- [12] SHIN D M, LIM S C, YANG K. Design of length-compatible Polar codes based on the reduction of polarizing matrices[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(7): 2593-2599.
- [13] WANG R, LIU R. A novel puncturing scheme for Polar Codes[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(12): 2081-2084.
- [14] MILOSLAVSKAYA V. Shortened Polar codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(9): 4852-4865.
- [15] BIOGLIO V, GABRY F, LAND I. Low-complexity puncturing and shortening of Polar codes[C]//Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW), March 19-22, 2017, San Francisco, CA, USA. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [16] CHEN K, NIU K, LIN J R. List successive cancellation decoding of Polar codes[J]. Electronics Letters, 2012, 48(9): 500-501.
- [17] NIU K, CHEN K. Stack decoding of Polar codes[J]. Electronics Letters, 2012, 48(12): 695-697.
- [18] ARIKAN E. A performance comparison of Polar codes and Reed-Muller codes[J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(6).
- [19] AFISADIS O, BALATSOUKAS-STIMMING A, BURG A. A low-complexity improved successive cancellation decoder for Polar codes[C]//Signals, Systems and Computers, Nov 2-5, 2014, Pacific Grove, CA, USA. Piscataway: IEEE Press, 2014: 2116-2120.
- [20] MORI R, TANAKA T. Performance and construction of Polar codes on symmetric binary-input memoryless channels[C]//



2009 Information Theory, June 28-July 3, 2009, Seoul, South Korea. Piscataway: IEEE Press, 2009: 1496-1500.

- [19] LI H, YUAN J. A practical construction method for Polar codes in AWGN channels[C]//TENCON Spring Conference, April 17-19, 2013, Sydney, NSW, Australia. Piscataway: IEEE Press, 2013: 223-226.

[作者简介]



刘顺兰（1965—），女，杭州电子科技大学教授，主要研究方向为信息与信号处理、无线通信等。



胡爱明（1993—），男，杭州电子科技大学硕士生，主要研究方向为无线协作通信、信道编码等。



包建荣（1978—），男，博士，杭州电子科技大学教授，主要研究方向为空间无线通信、通信信号处理与自主无线电等。